A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE MATRIZES E SISTEMAS LINEARES

Letícia Menezes Panciera[1]
Dr. Márcio Violante Ferreira[2]

RESUMO

No presente trabalho foram desenvolvidas situações-problemas envolvendo o estudo de matrizes e sistemas de equações lineares para alunos do Ensino Médio, através da metodologia da Modelagem Matemática. Descrevemos aqui uma experiência de sala de aula, realizada na disciplina de Fundamentos de Geometria Analítica e Álgebra Linear, do Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática, do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria – UNIFRA –RS. Os conteúdos de matrizes podem ser utilizados nas mais diversas situações reais e constitui-se em tabelas que designam com clareza certas situações, representando um grupo ordenado de números que se apresentam em linhas e colunas. As matrizes ordenam e simplificam os problemas, contribuindo para a resolução de vários tipos de questões, sendo utilizadas na Estatística, na Física Atômica, na Engenharia, na Administração, na Economia, enfim, na Matemática Pura e Aplicada. Os sistemas lineares aparecem também em aplicações de diversas áreas, como Administração, Economia, Sociologia, Ecologia, Demografia, Genética, Eletrônica, Engenharia e Física. As situações-problemas propostas envolvem perca de peso em um programa de dieta e com exercícios pré-estabelecidos, determinando as calorias que se vai queimar e, também, o controle do fluxo de veículos nas ruas de mão única no horário de rush no centro de uma cidade. As questões desenvolvidas foram feitas com a preocupação de fornecer conteúdo contextualizado e interdisciplinar. Conclui-se que a metodologia da Modelagem Matemática, além de servir como motivação para introduzir novas idéias propicia também, a compreensão e a interpretação de problemas reais.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática; matrizes; situações-problemas

[1] Graduada em Matemática – Especialista em Informática na Educação e aluna do Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática - UNIFRA – RS letipan@terra.com.br

[2] Professor do Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática – UNIFRA – RS ferreira@unifra.br

DESENVOLVIMENTO

No presente trabalho foram desenvolvidas situações-problemas envolvendo o estudo de matrizes e sistemas de equações lineares para alunos do Ensino Médio, através da metodologia da Modelagem Matemática. Descrevemos aqui uma experiência de sala de aula, realizada na disciplina de Fundamentos de Geometria Analítica e Álgebra Linear, do Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática, do Centro Universitário Franciscano de Santa Maria – UNIFRA –RS.

Muitas vezes os educadores de Matemática encontram dificuldades em desenvolver determinados conteúdos Matemáticos mostrando a aplicação dos mesmos para seus alunos.

A Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino, vem ao encontro da nova visão de Educação Matemática, que valoriza não apenas adquirir conhecimentos, mas o desenvolvimento de capacidades, atitudes e valores, relacionando a Matemática com o mundo real.

Segundo Bassanezi (2002), o qual se utiliza desta modalidade, o uso da modelagem conduz para o ensino de conteúdos matemáticos conectados com outras formas de conhecimento.

O tema abordado para o desenvolvimento dessa experiência foi perca de peso em um programa de dieta e com exercícios pré-estabelecidos, determinando as calorias que se vai queimar e, também, o controle do fluxo de veículos nas ruas de mão única no horário de rush no centro de uma cidade.

Segundo D' Ambrósio (1998) devemos contemplar os nossos alunos com problemas significativos ao invés de situações artificiais e repetitivas.

Os conteúdos matemáticos da Educação Básica devem ter conexões com o meio social dos alunos, para utilizá-los na sua vida cotidiana.

No entanto, sugerimos duas aplicações de grande relevância, pois faz parte do cotidiano dos alunos, para resolver matrizes e sistemas lineares, utilizando a metodologia da Modelagem Matemática.

Tendo em vista uma melhoria na qualidade de vida desses adolescentes, vamos abordar o conteúdo de matrizes através de um programa que relacione atividades físicas e as calorias que eles vão perder, estimulando também, a atividade física entre os adolescentes.

Pesquisas mostram que pessoas que incluem atividades físicas no seu programa de emagrecimento têm menor chance de recuperar o peso perdido do que as que só mudaram a dieta. Além de promover o controle de peso, a atividade física melhora sua força e flexibilidade, diminui o risco de enfermidade cardíaca, ajuda a controlar a pressão sangüínea e diabetes e ainda pode melhorar a sensação de bem-estar e diminuir o estresse.

Situação-Problema 1:

Fernando é um aluno que pesa 73 quilos. Ela quer perder peso por meio de um programa de dieta e de exercícios.

Após consultar a tabela 1, ele montou o programa de exercícios na tabela 2.

Quantas calorias ele vai queimar por dia se seguir esse programa?

Tabela 1 - **CALORIAS QUEIMADAS POR HORA**

Peso	Caminhar a 3Km/h	Correr a 9Km/h	Andar de bicicleta a 9Km/h	Jogar futebol
69	213	651	304	420
73	225	688	321	441
77	237	726	338	468
81	249	764	356	492

Suponhamos um acompanhamento deste aluno através de um **programa de exercícios** ao longo da semana.

Tabela 2 - **HORAS POR DIA PARA CADA ATIVIDADE**

	Caminhar	Correr	Andar de bicicleta	Jogar futebol
Segunda-feira	1,0	0,0	1,0	0,0
Terça-feira	0,0	0,0	0,0	2,0
Quarta-feira	0,4	0,5	0,0	0,0
Quinta-feira	0,0	0,0	0,5	2,0
Sexta-feira	0,4	0,5	0,0	0,0

Após este levantamento vamos cruzar as informações:

As informações do aluno Fernando estão localizadas na tabela $_1$, segunda linha.

Essa informação pode ser representada por uma matriz X 4x1 e as da tabela$_{2,}$ através de uma matriz A 5x4.

Então, por meio destas informações podemos dizer quantas calorias Fernando vai queimar após cada dia de exercício físico, simplesmente calculando A . X:

$$\begin{pmatrix} 1{,}0 & 0{,}0 & 1{,}0 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}0 & 2{,}0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0{,}0 & 0{,}0 \\ 0{,}0 & 0{,}0 & 0{,}5 & 2{,}0 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0{,}0 & 0{,}0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 225 \\ 688 \\ 321 \\ 441 \end{pmatrix}$$

Se formarmos o produto AX, a primeira linha de A.X vai representar as calorias que ela vai queimar na ***segunda-feira***:

$$1{,}0 .\ 225 + 0{,}0 .\ 688 + 1{,}0 .\ 321 + 0{,}0 .\ 441 = 546$$

O produto da segunda linha de A . X representam as calorias para ***terça-feira***:

$$0{,}0 .\ 225 + 0{,}0 .\ 688 + 0{,}0 .\ 321 + 2{,}0 .\ 441 = 882$$

O produto da terceira linha de A .X representam as calorias para ***quarta-feira:***

$$0{,}4 .\ 225 + 0{,}5 .\ 688 + 0{,}0 .\ 321 + 0{,}0 .\ 441 = 434$$

O produto da quarta linha de A .X representam as calorias para ***quinta-feira:***

$$0{,}0 .\ 225 + 0{,}0 .\ 688 + 0, 5 .\ 321 + 2{,}0 .\ 441 = 1042{,}5$$

O produto da quinta linha de A .X representam as calorias para ***sexta-feira:***

$$0{,}4 .\ 225 + 0{,}5 .\ 688 + 0{,}0 .\ 321 + 0{,}0 .\ 441 = 434$$

A matriz A é de ordem 5 x 4, e a matriz X é de ordem 4 x 1 e a matriz-produto A.X é de ordem 5 x 1. Podemos, então perceber que a multiplicação de duas matrizes somente é possível se o número de colunas da primeira for o mesmo que o número de linhas da segunda.

$$\boxed{A_{m\,x\,n} \cdot X_{n\,.\,p} = AX_{m\,x\,p}}$$

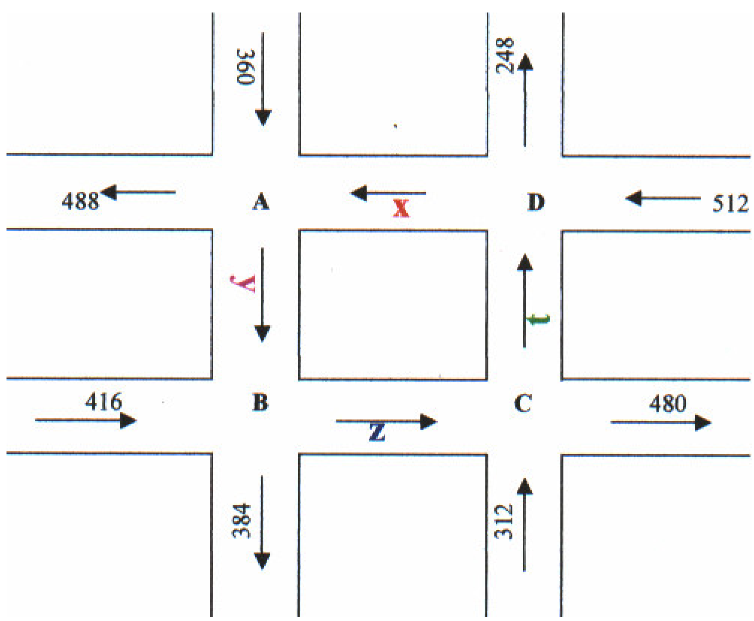
$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 546 \\ 882 \\ 434 \\ 1042{,}5 \\ 434 \end{pmatrix}$$

Logo, Fernando vai queimar 546 calorias na segunda-feira, 882 calorias na terça-feira, 434 calorias na quarta-feira, 1042,5 calorias na quinta-feira e 434 calorias na sexta-feira com este programa de dieta e exercícios.

<u>Situação-Problema 2:</u>

O controle do fluxo de veículos nas ruas de mão única no horário do rush no centro de uma cidade.

No centro de uma cidade dois conjuntos de ruas de mão única se cruzam, como mostra a figura abaixo:



Qual é a média do número de veículos por hora que entram e saem dessa seção durante o horário de *rush*.

Determine a quantidade de veículos entre cada um dos quatro cruzamentos?

Tendo em vista que, em cada cruzamento o número de veículos que entra tem que ser igual ao de veículos que sai, levando em consideração as setas indicadas pela figura.

Como mostra a figura no cruzamento A, o número de veículos que entra é x +360 e o número de veículos que saí é y + 488, logo:

x + 360 = y + 488 (cruzamento A)

y + 416 = z + 384 (cruzamento B)

z + 312 = t + 480 (cruzamento C)

t + 512 = x + 248 (cruzamento D)

Resolução da matriz para este sistema:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 128 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -32 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 168 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -264 \end{pmatrix}$$

Fazendo o escalonamento dessa matriz, temos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 128 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -32 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 168 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -136 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 128 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -32 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 168 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -168 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 128 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -32 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 168 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Após a matriz escalonada, obtemos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} x - y = 128 \\ y - z = -32 \\ z - t = 168 \end{cases}$$

O sistema é compatível e, como tem uma variável livre, existem muitas soluções possíveis. Por isso devemos conhecer o número de veículos entre dois cruzamentos. Como sabemos que a média de carros que trafega por hora os cruzamentos C e D é de 160 carros, então sabemos o valor de t, podendo assim, resolver para x , y , z em termos de t, obtendo:

$z - t = 168$

$z - 160 = 168$

$z = 168+160$

$z = 328$

logo temos 328 carros entre o cruzamento B e C.

$y - z = -32$

$y - 328 = -32$

$y = -32+328$

$y = 296$

logo temos 296 carros entre o cruzamento A e B.

$x - y = 128$

$x - 296 = 128$

$x = 424$, carros entre o cruzamento D e A .

Através desta aplicação podemos observar o número de veículos entre cada cruzamento.

Visivelmente podemos observar que durante o dia há vários níveis de fluxos de veículos em determinados pontos da cidade. Assim, podemos fazer um trabalho de conscientização dos motoristas para que neste período de rush eles não cometam excessos. Usando o mínimo necessário da buzina, ouvindo um som a um volume audível somente aos ocupantes do carro.

E que as autoridades de trânsito determinem que naqueles pontos e horários próximos às escolas, hospitais, asilos, creches entre outros, seja proibida a utilização de carro de som. Fazendo com que reduza os níveis de poluição e poluição sonora nestes pontos.

Através desta situação podemos trabalhar em sala de aula com as outras áreas do conhecimento. Ocorrendo assim a interdisciplinariedade na Escola de Educação Básica.

A importância da Matemática com a integração de situações reais na sala de aula como meio para acessar o mundo matemático quanto para compreender e intervir no meio social (Barbosa, 1999).

Fazendo com que estas situações-problemas contribuam para o conhecimento mais significativo da aplicabilidade de situações que ocorrem no nosso dia-a-dia e essencialmente que o cidadão (nosso aluno) se conscientize da sua parte nesse processo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Abordar estas situações-problemas nas aulas de Matemática possibilita um conhecimento Matemático mais significativo, pois o aluno fará parte do levantamento de dados para o desenvolvimento da aplicação, viabilizando um maior interesse, entusiasmo e motivação pelas aulas e observando que a Matemática está presente no nosso cotidiano.

Os conteúdos possuem diferentes aplicabilidades e é preciso mostrar isso aos alunos, como forma de contribuir para a sua formação integral para a vida e para o trabalho.

A aplicação de situações reais com o desenvolvimento do conteúdo de sistemas lineares e matrizes para a interpretação e análise nas aulas de Matemática faz com que os alunos enxerguem o quanto a Matemática é importante e faz parte do nosso dia-a-dia.

Conclui-se que com esta metodologia nas aulas de Matemática além de servir como motivação para introduzir novas idéias propicia, também, a compreensão e interpretação de um problema real onde o aluno está inserido e faz parte deste processo como cidadão.

Desta forma, o ensino da Matemática cumpre a sua função de contribuir na formação do indivíduo, tratando de assuntos e questões do dia-a-dia, com a intenção de mostrar, conhecer e até mesmo alertar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **O que pensam os professores sobre a modelagem matemática?** *Zetetiké,*v.7,n.11,p.67-85,1999.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia.** São Paulo: Contexto, 2002.

D'AMBRÓSIO**,** Ubiratan. **Etnomatemática.** São Paulo: Àtica, 1998.

http://www.cetesb.sp.gov.br/Ambiente/glossario/glossario_m.asp acesso em 21 de abril de 2006

http://www.scielo.br/scielo acesso em 20 de maio de 2006

http://www.personalfit.com.br acesso em 24 de maio de 2005

Atenção:
Forma de apresentação: comunicação oral
Recurso: datashow - computador